
**ПРОБЛЕМЫ ЯДЕРНОЙ, РАДИАЦИОННОЙ
И ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ**

УДК 631.6

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕХНОЛОГИИ ОБЕСПЕЧЕНИЯ
РАДИАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ПОЛИВЕ ПОЧВЫ
МАЛЫМИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫМИ НОРМАМИ
В САНИТАРНО-ЗАЩИТНОЙ ЗОНЕ АЭС**

© 2015 г. В.И. Веприков*, Ю.В. Веприков**, Ю.В. Веприкова**

* *Волгодонский инженерно-технический институт – филиал Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», Волгодонск, Ростовская обл.*

** *Институт сферы обслуживания и предпринимательства филиала «Донской государственный технический университет» в г. Шахты, Ростовская обл.*

Моделируется инновационная технология полива дифференцированными малыми нормами, основанная на точном контроле влажности почвы и исключающая глубинную фильтрацию загрязнённой воды. Технология позволяет исключить деградацию почвы, отличается простотой и экономичностью. В работе исследовалась зависимость между скоростью перемещения фронта увлажнения и уменьшением плотности почвы с учётом величины межполивных интервалов. Приведённые экспериментальные результаты показывают принципиальную возможность улучшения плотности почвы применением технологии полива дифференцированными малыми нормами.

Ключевые слова: математическое моделирование, фильтрация воды, полив малыми нормами, плотность почвы, деградация почвы.

Поступила в редакцию 15.09.2015 г.

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Математическая модель технологии полива дифференцированными малыми нормами решает задачу прогнозирования глубины фильтрации радиационно загрязнённой воды для разных объёмов полива, что имеет важнейшее экологическое значение для безопасности человека. В работе исследовалась зависимость между скоростью перемещения фронта увлажнения и уменьшением плотности почвы с учётом величины межполивных интервалов.

Большинство исследований проводят для установления с помощью эксперимента функциональных или статистических связей между несколькими величинами или для решения экстремальных задач [1]. Классический метод постановки эксперимента предусматривает фиксирование на принятых уровнях всех переменных факторов, кроме одного, значения которого определенным образом изменяют в области его существования [2]. Этот метод составляет основу однофакторного эксперимента. При однофакторном эксперименте, варьируя один фактор и стабилизируя все прочие на выбранных уровнях, находят зависимость исследуемой величины только от одного фактора. Производя большое число однофакторных экспериментов при изучении многофакторной системы, получают зависимости, представленные графиками, имеющие иллюстративный характер [3]. Найденные таким образом частные зависимости невозможно объединить в одну общую.

Использование однофакторного эксперимента для всестороннего исследования многофакторного процесса требует постановки очень большого числа опытов. Для их выполнения в ряде случаев необходимо значительное время, в течение которого влияние неконтролируемых факторов на результаты опытов может существенно измениться. По этой причине данные большого числа опытов оказываются несопоставимыми. Отсюда следует, что результаты однофакторных экспериментов, полученные при исследовании многофакторных систем, часто малопригодны для практического использования [4].

Для решения интерполяционной задачи состоящей в построении формулы для предсказаний значений изучаемого параметра необходимо иметь математическую модель исследуемого объекта. Модель объекта получают, используя результаты опытов. При исследовании многофакторного процесса постановка всех возможных опытов для получения математической модели связана с огромной трудоемкостью эксперимента, так как число всех возможных опытов очень велико. Задача планирования эксперимента состоит в установлении минимально необходимого числа опытов и условий их проведения, в выборе методов математической обработки результатов опытов и в принятии решений [5]. Планирование эксперимента значительно сокращает число опытов, необходимых для получения модели процесса.

Применяемый в работе метод Бокса—Уилсона предусматривает проведение опытов небольшими сериями. В каждой серии одновременно варьируют все факторы по определенным правилам. Опыты проводят так, чтобы после математической обработки результатов предыдущей серии можно было спланировать следующую серию опытов. При планировании эксперимента цель исследования должна быть четко сформулирована и должна иметь количественную оценку. Характеристику цели, заданную количественно, называют параметром оптимизации. Параметр оптимизации является реакцией, или откликом, на воздействие факторов, определяющих поведение процесса. Результаты эксперимента используют для получения математической модели исследуемого процесса. Математическая модель — система математических соотношений, описывающих изучаемый процесс или явление. При планировании эксперимента под математической моделью часто понимают уравнение, связывающее параметр оптимизации с факторами. Такое уравнение называют также функцией отклика [6].

В общем случае объект исследования можно представить в виде структурной схемы, показанной на рисунке 1.

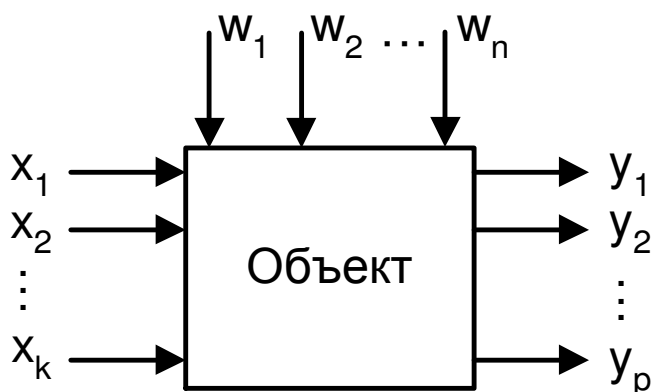


Рис. 1. – Схема представления объекта исследования

Представление объекта в виде такой схемы основано на принципе «черного ящика». Имеем следующие группы параметров:

- управляющие (входные) X_i , которые называются *факторами*;
- выходные параметры y_i , которые называются *параметрами состояния*;
- W_i – возмущающие воздействия.

Предполагается, что возмущающие воздействия не поддаются контролю и либо являются случайными, либо меняются во времени.

Управляющие параметры x_i представляют собой независимые переменные, которые можно изменять для управления выходными параметрами. При поливе почвы малыми дифференцированными нормами управляющим параметром являлась норма полива. Выходным параметром являлась скорость движения фронта увлажнения.

1 ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ГОЛОВАНОВА, ОПРЕДЕЛЯЮЩЕГО ЗАВИСИМОСТЬ НАПОРА ПОЧВЕННОЙ ВЛАГИ ОТ ВРЕМЕНИ И ГЛУБИНЫ ЗАЛЕГАНИЯ ПЛАСТА

Зависимость напора почвенной влаги от глубины и с течением времени описывается уравнением Голованова:

$$C_{\omega} \cdot \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k_B \frac{\partial H}{\partial z} \right) - E(\omega, z, t), \quad (1)$$

где C_{ω} – коэффициент влагоёмкости;

k_B – коэффициент влагопроводности почвы, равен коэффициенту пропорциональности между скоростью потока воды и градиентом сил (изменяется от серии к серии);

H – напор почвенной влаги – изменяется – увеличивается со временем, уменьшается по вертикальной координате;

k_B – коэффициент влагопроводности почвы,

$$k_B = k_{\phi} \cdot ((\omega - \omega_m) / (p - \omega_m))^5,$$

где k_{ϕ} – коэффициент фильтрации рассматриваемого слоя;

ω – объёмная влажность почвы;

ω_m – максимальная гигроскопичность почвы;

p – объёмная пористость почвы;

e – интенсивность отбора влаги корнями растений.

Коэффициент влагопроводности почвы k_B зависит от коэффициента фильтрации k_{ϕ} , который зависит от влажности почвы.

В эксперименте скорость фильтрации изменяется от слоя к слою, а так как k_B – коэффициент влагопроводности почвы связан с коэффициентом фильтрации k_{ϕ} зависимостью:

$$k_B = k_{\phi} \cdot ((\omega - \omega_m) / (p - \omega_m))^5, \text{ то следует } \frac{\partial k_{\phi}}{\partial z} \rightarrow \frac{\partial k_B}{\partial z}.$$

Уравнение (1) является линейным дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка (неоднородным). Для упрощения модели величины коэффициентов $C_{\omega}, k_B, E(\omega, z, t)$ будем полагать условно–постоянными. Тогда уравнение (1) можно переписать в виде:

$$C_{\omega} \cdot \frac{\partial H}{\partial t} = k_B \frac{\partial^2 H}{(\partial z)^2} - E(\omega, z, t), \quad (2)$$

Применим к уравнению (2) метод, подобный методу разделения переменных. Сделаем в уравнении (2) следующую замену:

$$H(z, t) = A(z) \cdot B(t) + F(z); \quad (3)$$

После замены (3) уравнение (2) можно записать в форме:

$$C_{\omega} \cdot A(z) \cdot \frac{dB}{dt} = k_B \cdot B(t) \frac{d^2 A}{(dz)^2} + k_B \frac{d^2 F}{(dz)^2} - E. \quad (4)$$

Функцию $F = F(z)$ будем определять из условия:

$$k_B \frac{d^2 F}{(dz)^2} - E = 0. \quad (5)$$

Общее решения уравнения (5) согласно [1] имеет вид:

$$F(z) = \frac{E}{2k_B} z^2 + C_1 z + C_2, \quad (6)$$

где C_1, C_2 – произвольные постоянные.

Теперь функцию $H = H(z, t)$ из (3) можем представить в форме:

$$H(z, t) = A(z) \cdot B(t) + \frac{E}{2k_B} z^2 + C_1 z + C_2. \quad (7)$$

Подставим зависимость в виде (7) в уравнение (4), после упрощений получим:

$$C_{\omega} \cdot A(z) \cdot \frac{dB}{dt} = k_B \cdot B(t) \frac{d^2 A}{(dz)^2}. \quad (8)$$

Разделим обе части уравнения (8) на произведение $A(z) \cdot B(t)$, после упрощений уравнение (8) преобразуется к виду:

$$C_{\omega} \frac{dB}{dt} \Big/ B(t) = k_B \frac{d^2 A}{(dz)^2} \Big/ A(z) \quad (9)$$

Левая часть уравнения (9) зависит только от переменной t , а правая – только от z , поэтому левая, и правая части уравнения (9) являются постоянной величиной, которую обозначим через $\lambda^2 > 0$, то есть:

$$C_{\omega} \frac{dB}{dt} \Big/ B(t) = k_B \frac{d^2 A}{(dz)^2} \Big/ A(z) = \lambda^2. \quad (10)$$

Тогда уравнение (9) распадается на пару обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$k_B \frac{d^2 A}{(dz)^2} = \lambda^2 A(z). \quad (11)$$

$$C_{\omega} \frac{dB}{dt} = \lambda^2 B(t). \quad (12)$$

Уравнение (11) является обыкновенным линейным дифференциальным

уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами (однородным), соответственно его общее решение в соответствии с [1] имеет вид:

$$A(z) = A_1 e^{\frac{\lambda}{\sqrt{k_B}} z} + A_2 e^{-\frac{\lambda}{\sqrt{k_B}} z}, \quad (13)$$

где A_1, A_2 – произвольные постоянные.

Уравнение (12) является обыкновенным линейным дифференциальным уравнением первого порядка с постоянными коэффициентами (однородным), соответственно его общее решение в соответствии с [1] имеет вид:

$$B(t) = B_1 e^{\frac{\lambda^2}{C_\omega} t}, \quad (14)$$

где B_1 – произвольная постоянная.

Пусть теперь значение константы в уравнении (10) будет отрицательным, то есть:

$$C_\omega \frac{dB}{dt} / B(t) = k_B \frac{d^2 A}{(dz)^2} / A(z) = -\lambda^2. \quad (15)$$

В этом случае уравнение (9) распадается на следующую пару обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$k_B \frac{d^2 A}{(dz)^2} = -\lambda^2 A(z). \quad (16)$$

$$C_\omega \frac{dB}{dt} = -\lambda^2 B(t). \quad (17)$$

Также как и ранее, уравнение (16) является обыкновенным линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами (однородным), соответственно его общее решение в соответствии с [1] для мнимых корней характеристического уравнения примет вид:

$$A(z) = A_1 \sin\left(\frac{\lambda}{\sqrt{k_B}} z\right) + A_2 \cos\left(\frac{\lambda}{\sqrt{k_B}} z\right), \quad (18)$$

где A_1, A_2 – произвольные постоянные.

Общее решение уравнения (17) в соответствии с [1] имеет вид:

$$B(t) = B_1 e^{-\frac{\lambda^2}{C_\omega} t}, \quad (19)$$

Решения в виде (13), (14) и (17), (18) являются базовыми для построения общего решения уравнения (2).

Таким образом, из (7) с учетом формул (13), (14) и (17), (18) следует, что решения уравнения (2) могут быть представлены в следующих видах:

$$H_1(z, t) = \left(A_1 e^{\frac{\lambda}{\sqrt{k_B}} z} + A_2 e^{-\frac{\lambda}{\sqrt{k_B}} z} \right) \cdot e^{-\frac{\lambda^2}{C_\omega} t} + \frac{E}{2k_B} z^2 + C_1 z + C_2. \quad (20)$$

$$H_2(z, t) = \left(A_1 \sin\left(\frac{\lambda}{\sqrt{k_B}} z\right) + A_2 \cos\left(\frac{\lambda}{\sqrt{k_B}} z\right) \right) \cdot e^{-\frac{\lambda^2}{C_\omega} t} + \frac{E}{2k_B} z^2 + C_1 z + C_2. \quad (21)$$

Общее решение уравнения (2) содержит функции вида (13) и (17) при различных

значениях параметра λ , например, при целых значениях. Так как уравнение (2) – линейное, то его общее решение содержит и линейные комбинации решений вида:

$$\left(A_1 e^{\frac{\lambda}{\sqrt{k_B}} z} + A_2 e^{-\frac{\lambda}{\sqrt{k_B}} z} \right) \cdot e^{\frac{\lambda^2}{C_\omega} t},$$

а также решений вида:

$$\left(A_1 \sin\left(\frac{\lambda}{\sqrt{k_B}} z\right) + A_2 \cos\left(\frac{\lambda}{\sqrt{k_B}} z\right) \right) \cdot e^{-\frac{\lambda^2}{C_\omega} t}.$$

Из проведенных рассуждений следует, что для случая положительного значения параметра из уравнения (10), т.е. при значениях $\lambda^2 > 0$ общее решение уравнения (2) можно записать в форме:

$$H_1(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{n^2}{C_\omega} t} \left(A_{1,n} e^{\frac{n}{\sqrt{k_B}} z} + A_{2,n} e^{-\frac{n}{\sqrt{k_B}} z} \right) + \frac{E}{2k_B} z^2 + C_1 z + C_2. \quad (22)$$

В случае отрицательного значения параметра из уравнения (10), т.е. при значениях $-\lambda^2 < 0$ общее решение уравнения (2) можно записать в виде линейной комбинации тригонометрических функций по переменной z :

$$H_2(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{n^2}{C_\omega} t} \left(A_{1,n} \sin\left(\frac{n}{\sqrt{k_B}} z\right) + A_{2,n} \cos\left(\frac{n}{\sqrt{k_B}} z\right) \right) + \frac{E}{2k_B} z^2 + C_1 z + C_2. \quad (23)$$

Общие решения уравнения (2) в формах (22) и (23) являются базовыми для решения граничных задач по определению зависимости напора почвенной влаги от времени и глубины залегания пласта. Они будут использованы в последующем изложении для решения граничных задач, возникающих при определении давления почвенной влаги на разных почвенных горизонтах при поливе участков малыми нормами.

2 ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ НАПОРА ПОЧВЕННОЙ ВЛАГИ ОТ ВРЕМЕНИ И ГЛУБИНЫ ЗАЛЕГАНИЯ ПЛАСТА

Для нахождения решения граничной задачи по определению напора почвенной влаги необходимо описать все ее начальные и граничные условия.

Описание начальных и граничных условий задачи проведем в соответствии с физическим процессом фильтрации водного потока через грунт при поливе участка малыми нормами.

Как показали эксперименты, на каждом уровне залегания пласта напор почвенной влаги убывает с течением времени, то есть является монотонно убывающей функцией по времени. Из этого условия следует, что функции вида (22) не удовлетворяют физическим условиям задачи фильтрации воды через почву, так как функции $H_1(z, t)$

содержат множители $e^{\frac{n^2}{C_\omega} t}$, которые являются монотонно возрастающими по времени. Условию убывания напора почвенной влаги с течением времени удовлетворяет вторая группа решений в форме (23), соответственно в дальнейшем решения граничной задачи

по определению напора будем искать в классе функций вида (23).

Рассмотрим граничную задачу по определению напора почвенной влаги с течением времени в первом поливе. Экспериментальные данные по распределению давлений на глубинах залегания пласта 15 см, 30 см, 45 см, 60 см представлены в таблице 1.

Таблица 1. – Временная зависимость показаний тензиометров для почвенных горизонтов в первом поливе

Глубина, см	Первый полив нормой 20 мм			
	15	30	45	60
T, мин.	P, центибар			
0	68	37	28	21
50	53	37	28	20
78	43	37	27	20
108	35	37,1	27	20
142	27	37	27	20
208	12,6	37,2	27	20
238	10	37,1	27	20
298	10	37,2	27	19
358	10	37,2	27	19

При фиксированном значении переменной z , т.е. для фиксированного уровня залегания пласта решения граничной задачи в форме (23) допускают функции в виде:

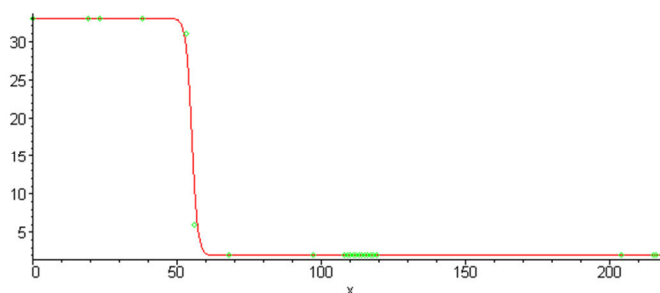
$$H(z_0, t) = \beta \frac{e^{-\frac{\lambda^2}{C_\omega}(t-\alpha)} - 1}{e^{-\frac{\lambda^2}{C_\omega}(t-\alpha)} + 1} + \gamma, \tag{24}$$

Параметры $\alpha, \beta, \gamma, \frac{\lambda^2}{C_\omega}$ определялись из условия минимизации расхождения теоретической кривой и экспериментальной по методу наименьших квадратов. Таким образом, на уровне залегания пласта $z = 15$ см напор почвенной влаги в первом поливе определяется по формуле:

$$H_1(15, t) = 57 \frac{e^{-0,014(t-10)} - 1}{e^{-0,014(t-10)} + 1} + 65. \tag{25}$$

Сравнение теоретической кривой и экспериментальных данных напора почвенной влаги из таблицы 1 на уровне залегания пласта $z = 15$ см приводится на рисунке 2.

P, центибар



H, см

Рис. 2. – Сравнение теоретической кривой напора почвенной влаги и точек эксперимента на уровне $z = 15$ см в первом поливе

Все расчеты проводились в среде прикладных математических программ Maple 9.5. Расчеты показывают, что рассогласование между теоретической кривой и экспериментальными данными не превышает 5%.

Рассмотрим граничную задачу по определению напора почвенной влаги с течением времени во втором поливе. Экспериментальные данные по распределению давлений на глубинах залегания пласта 15 см, 30 см, 45 см, 60 см представлены в таблице 2.

Таблица 2. – Временная зависимость показаний тензиометров для почвенных горизонтов во втором поливе

Глубина, см	Второй полив нормой 20 мм			
	15	30	45	60
Т, мин.	Р, центибар			
0	46	42	46	30
25	44	42	46	30
72	4	42	46	30
138	4	29	46	30
199	4	17	46	30
234	4	11	46	30
299	4	10	45,8	30
422	4	11	46	29,8

Зависимость напора почвенной влаги с течением времени при фиксированном уровне залегания пласта будем снова искать в форме (24). При этом параметры $\alpha, \beta, \gamma, \frac{\lambda^2}{C_\omega}$ будем определять из условия минимизации рассогласования теоретической кривой и точек эксперимента по методу наименьших квадратов.

На уровне залегания пласта $z = 15$ см напор почвенной влаги во втором поливе предлагается определять по формуле:

$$H_2(15, t) = 21 \frac{e^{-0,14(t-50)} - 1}{e^{-0,14(t-50)} + 1} + 24,7. \quad (26)$$

Номер индекса у функции напора в формуле (26) означает номер полива.

Сравнение теоретической кривой и экспериментальных данных напора почвенной влаги из таблицы 1 на уровне залегания пласта $z = 15$ см приводится на рисунке 3.

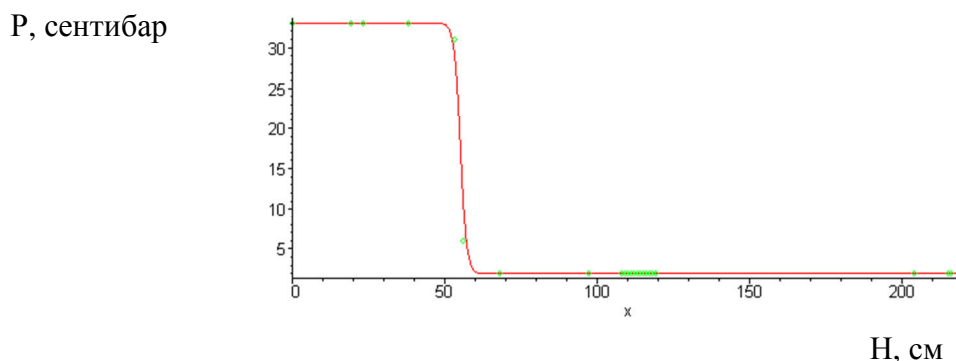


Рис. 3. – Сравнение теоретической кривой напора почвенной влаги и точек эксперимента на уровне $z = 15$ см во втором поливе

Как показывают расчеты в среде Maple 9.5, рассогласование между теоретической кривой и экспериментальными данными на уровне $z = 15$ см во втором поливе не превышает 2%.

На уровне залегания пласта $z = 30$ см напор почвенной влаги во втором поливе предлагается определять по формуле:

$$H_2(30, t) = 16,1 \frac{e^{-0,037(t-155)} - 1}{e^{-0,037(t-155)} + 1} + 26,4. \quad (27)$$

Параметры $\alpha, \beta, \gamma, \frac{\lambda^2}{C_\omega}$ также определялись из условия минимизации рассогласования теоретической кривой и точек эксперимента по методу наименьших квадратов.

Сравнение теоретической кривой и экспериментальных данных напора почвенной влаги из таблицы 2 на уровне залегания пласта $z = 30$ см во втором поливе приводится на рисунке 4.

Р, центибар

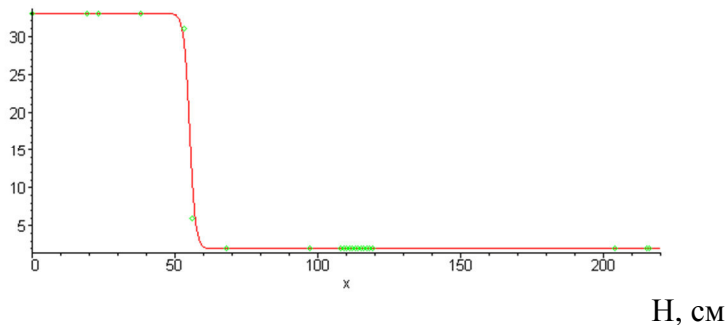


Рис. 4. – Сравнение теоретической кривой напора почвенной влаги и точек эксперимента на уровне $z = 30$ см во втором поливе

Как показывают расчеты в среде Maple 9.5, рассогласование между теоретической кривой и экспериментальными данными на уровне $z = 30$ см во втором поливе не превышает 3%.

Рассмотрим граничную задачу по определению напора почвенной влаги с течением времени в третьем поливе. Экспериментальные данные по распределению давлений на глубинах залегания пласта 15 см, 30 см, 45 см, 60 см представлены в таблице 3.

Зависимость напора почвенной влаги с течением времени при фиксированном уровне залегания пласта будем снова искать в форме (24). При этом параметры $\alpha, \beta, \gamma, \frac{\lambda^2}{C_\omega}$ будем, как и ранее, определять из условия минимизации рассогласования теоретических кривых и соответствующих им точек эксперимента по методу наименьших квадратов.

На уровне залегания пласта $z = 15$ см напор почвенной влаги в третьем поливе предлагается определять по формуле:

$$H_3(15, t) = 21,3 \frac{e^{-0,7(t-21)} - 1}{e^{-0,7(t-21)} + 1} + 23. \quad (28)$$

Таблица 3. – Временная зависимость показаний тензиометров для почвенных горизонтов в третьем поливе

Глубина, см	Третий полив нормой 43 мм			
	15	30	45	60
Т, мин.	Р, центибар			
0	44	33	35	36
19	41	33	35	36
23	5	33	35	36
38	2	33	35	36
53	2	31	35	36
56	2	6	35	36
68	2	2	32	36
78	1	2	2	35
97	2	2	2	22
108	2	2	2	12
109	2	2	2	12
110	2	2	2	12
111	2	2	2	10,2
112	2	2	2	8,4
113	2	2	2	8,8
114	2	2	2	7,5
115	2	2	2	6,4
116	2	2	2	6
117	2	2	2	6
118	2	2	2	6
119	2	2	2	6
204	2	2	2	6
215	2	2	2	6
216	2	2	2	6

Сравнение теоретической кривой и экспериментальных данных напора почвенной влаги из таблицы 3 на уровне залегания пласта $z = 15$ см приводится на рисунке 5.

Как показывают расчеты в среде Maple 9.5, рассогласование между теоретической кривой и экспериментальными данными на уровне $z = 15$ см во втором поливе не превышает 4%.

Р, центибар

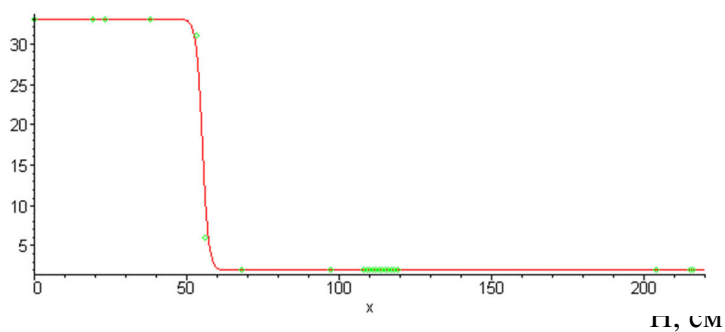


Рис. 5. – Сравнение теоретической кривой напора почвенной влаги и точек эксперимента на уровне $z = 15$ см в третьем поливе

На уровне залегания пласта $z = 30$ см напор почвенной влаги в третьем поливе предлагается определять по формуле:

$$H_3(30, t) = 15,5 \frac{e^{-(t-55)} - 1}{e^{-(t-55)} + 1} + 17,5. \quad (29)$$

Сравнение теоретической кривой и экспериментальных данных напора почвенной влаги из таблицы 3 на уровне залегания пласта $z = 30$ см в третьем поливе приводится на рисунке 6.

Р, центибар

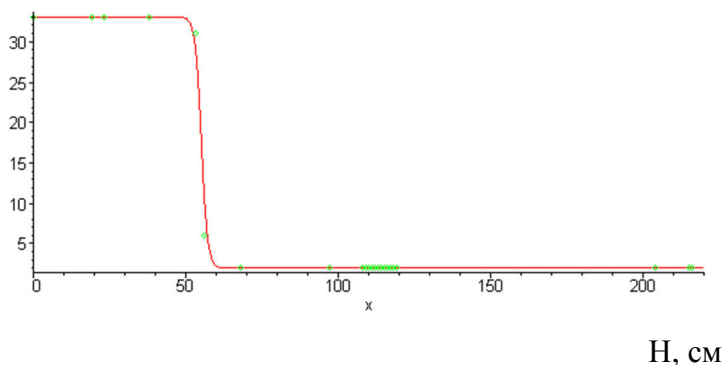


Рис. 6. – Сравнение теоретической кривой напора почвенной влаги и точек эксперимента на уровне $z = 30$ см в третьем поливе

Как показывают расчеты в среде Maple 9.5, рассогласование между теоретической кривой и экспериментальными данными на уровне $z = 30$ см в третьем поливе не превышает 3%.

На уровне залегания пласта $z = 45$ см напор почвенной влаги в третьем поливе предлагается определять по формуле:

$$H_3(45, t) = 16,5 \frac{e^{-(t-70,5)} - 1}{e^{-(t-70,5)} + 1} + 18,5. \quad (30)$$

Сравнение теоретической кривой и экспериментальных данных напора почвенной влаги из таблицы 3 на уровне залегания пласта $z = 45$ см в третьем поливе приводится на рисунке 7.

Р, центибар

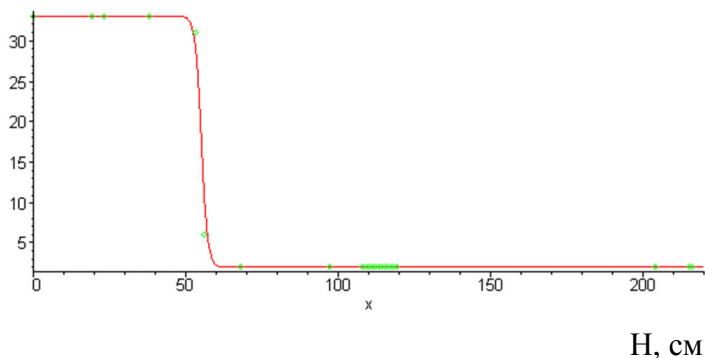


Рис. 7. – Сравнение теоретической кривой напора почвенной влаги и точек эксперимента на уровне $z = 45$ см в третьем поливе

Как показывают расчеты в среде Maple 9.5, рассогласование между теоретической кривой и экспериментальными данными на уровне $z = 45$ см в третьем поливе не превышает 2%.

На уровне залегания пласта $z = 60$ см напор почвенной влаги в третьем поливе предлагается определять по формуле:

$$H_3(45, t) = 15 \frac{e^{-0,18(t-98)} - 1}{e^{-0,18(t-98)} + 1} + 21. \quad (31)$$

Сравнение теоретической кривой и экспериментальных данных напора почвенной влаги из таблицы 3 на уровне залегания пласта $z = 60$ см в третьем поливе приводится на рисунке 8.

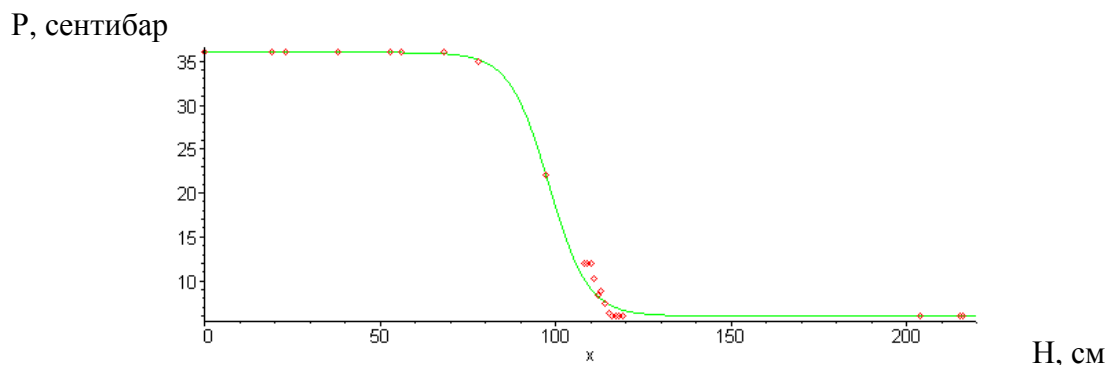


Рис. 8. – Сравнение теоретической кривой напора почвенной влаги и точек эксперимента на уровне $z = 60$ см в третьем поливе

Как показывают расчеты в среде Maple 9.5, рассогласование между теоретической кривой и экспериментальными данными на уровне $z = 60$ см в третьем поливе не превышает 4%.

Рассмотрим граничную задачу по определению напора почвенной влаги с течением времени в четвертом поливе. Экспериментальные данные по распределению давлений на глубинах залегания пласта 15 см, 30 см, 45 см, 60 см представлены в таблице 4.

Зависимость напора почвенной влаги с течением времени при фиксированном уровне залегания пласта будем определять в форме (24). Параметры $\alpha, \beta, \gamma, \frac{\lambda^2}{C_\omega}$ будем находить из условия минимизации рассогласования теоретических кривых и соответствующих им точек эксперимента по методу наименьших квадратов.

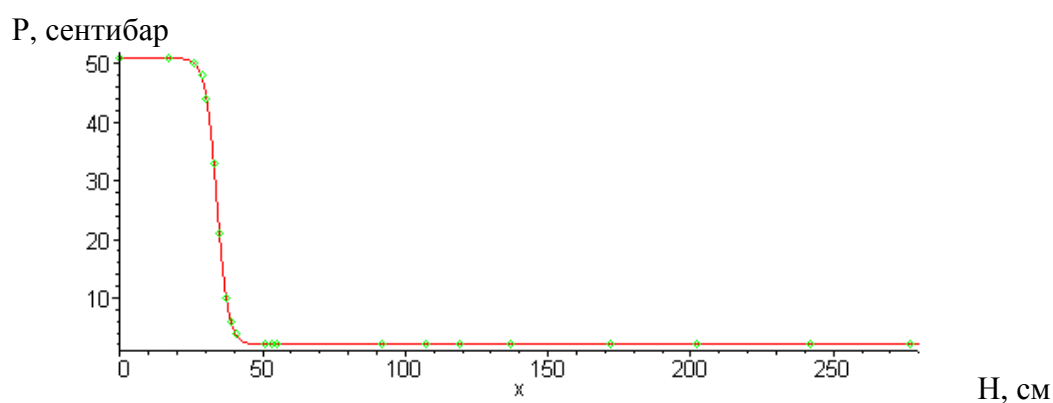
На уровне залегания пласта $z = 15$ см напор почвенной влаги в четвертом поливе предлагается определять по формуле:

$$H_4(15, t) = 24,5 \frac{e^{-0,5(t-34)} - 1}{e^{-0,5(t-34)} + 1} + 26,5. \quad (32)$$

Сравнение теоретической кривой и экспериментальных данных напора почвенной влаги из таблицы 4 на уровне залегания пласта $z = 15$ см приводится на рисунке 9.

Таблица 4. – Временная зависимость показаний тензиометров для почвенных горизонтов в четвертом поливе

Глубина, см	Четвёртый полив нормой 20 мм			
	15	30	45	60
Т, мин.	Р, центибар			
0	51	49	49	14
17	51	49	25	14
26	50	49	22	14
29	48	49	22	14
30	44	49	22	14
33	33	49	22	14
35	21	49	22	14
37	10	49	22	14
39	6	49	22	14
41	4	49	22	14
51	2	45	22	14
53	2	8	22	14
55	2	6	22	14
92	2	6	22	14
107	2	6	22	14
119	2	6	22	14
137	2	6	22	14
172	2	6	22	14
202	2	6	22	14
242	2	6	22	14
277	2	6	22	14

**Рис. 9.** – Сравнение теоретической кривой напора почвенной влаги и точек эксперимента на уровне $z = 15$ см в четвертом поливе

Как показывают расчеты в среде Maple 9.5, рассогласование между теоретической кривой и экспериментальными данными на уровне $z = 15$ см в четвертом поливе не превышает 2%.

На уровне залегания пласта $z = 30$ см напор почвенной влаги в четвертом поливе предлагается определять по формуле:

$$H_4(30, t) = 21,5 \frac{e^{-2(t-52)} - 1}{e^{-2(t-52)} + 1} + 27,5. \quad (33)$$

Сравнение теоретической кривой и экспериментальных данных напора почвенной влаги из таблицы 4 на уровне залегания пласта $z = 30$ см в третьем поливе приводится на рисунке 10.

Р, центибар

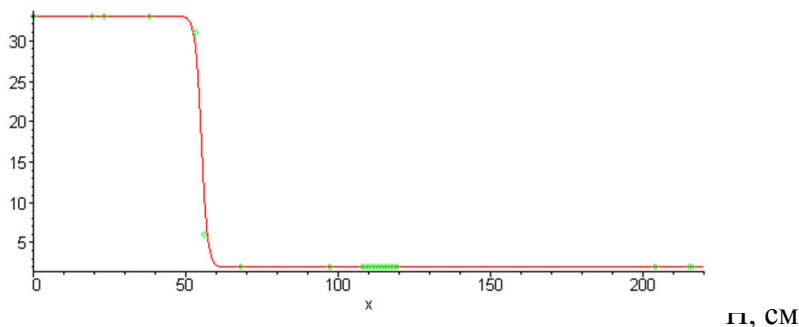


Рис. 10. – Сравнение теоретической кривой напора почвенной влаги и точек эксперимента на уровне $z = 30$ см в четвертом поливе

Как показывают расчеты в среде Maple 9.5, рассогласование между теоретической кривой и экспериментальными данными на уровне $z = 30$ см в третьем поливе не превышает 2%.

На уровне залегания пласта $z = 45$ см напор почвенной влаги в четвертом поливе предлагается определять по формуле:

$$H_3(45, t) = 13,7 \frac{e^{-0,4(t-11,5)} - 1}{e^{-0,4(t-11,5)} + 1} + 35,7. \quad (34)$$

Сравнение теоретической кривой и экспериментальных данных напора почвенной влаги из таблицы 4 на уровне залегания пласта $z = 45$ см в четвертом поливе приводится на рисунке 11.

Р, центибар

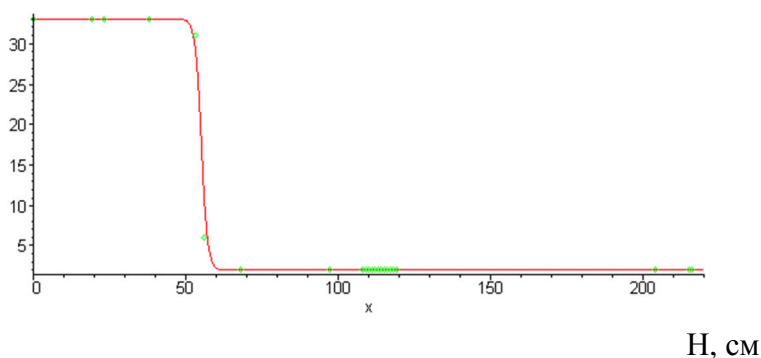


Рис. 11. – Сравнение теоретической кривой напора почвенной влаги и точек эксперимента на уровне $z = 45$ см в четвертом поливе

Как показывают расчеты в среде Maple 9.5, рассогласование между теоретической кривой и экспериментальными данными на уровне $z = 45$ см в четвертом поливе не превышает 2%.

ВЫВОДЫ

1) Расчёты в среде Maple 9.5, дают рассогласование между теоретической кривой и экспериментальными данными в пределах 2-4%, в зависимости от уровня почвенного горизонта, т.е. модель в пределах допустимых погрешностей адекватно отображает процесс движения горизонта увлажнения и может быть использована для прогнозирования результатов реальных экспериментов.

2) Установленная функциональная зависимость между напором почвенной влаги и глубиной фронта увлажнения полностью решает задачу прогнозирования глубинны фильтрации радиационно загрязнённой воды для разных объёмов полива.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новик, Ф.С. Математические методы планирования экспериментов в металловедении. Раздел 3. Выбор параметров оптимизации и факторов [Текст] / Ф.С. Новик. – М.: МИСИС, 1971. – 106 с.
2. Адлер, Ю.П. и др. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий [Текст] / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – М.: Наука, 1976. – 279 с.
3. Львовский, Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул [Текст] / Е.Н. Львовский. – М.: Высшая школа, 1992. – 224 с.
4. Веприков, В.И. Математическое моделирование процессов электрокристаллизации из водного раствора электролита, под действием постоянного магнитного поля. Юбилейный сборник научных трудов ЮРГУЭС [Текст] / В.И. Веприков // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. Приложение №6. – 2004. – С. 153–157.
5. Мелик-Гайказаян, И.В. и др. Методология моделирования нелинейной динамики сложных систем [Текст] / И.В. Мелик-Гайказаян, М.В. Мелик-Гайказаян, В.Ф. Тарасенко. – М.: Физматлит, 2001. – 272 с.
6. Чуличков, А.И. Математические модели нелинейной динамики [Текст] / А.И. Чуличков. – М.: Физматлит, 2000. – 296 с.

REFERENCES

- [1] Novik F.S. Matematicheskie metody planirovaniya eksperimentov v metallovedenii [Mathematical methods of planning of experiments in metallurgical science]. Razdel 3 [Part 3]. Vyor parametrov optimizacii i faktorov [Choice of parameters of optimization and factors]. M. Pub. MISIS [MISiS], 1971, 106 p. (in Russian)
- [2] Adler Yu.P., Markova E.V., Granovskij Yu.V. Planirovanie eksperimenta pri poiske optimalnyh uslovij [Planning of experiment by search of optimum conditions]. M. Pub. Nauka [Science], 1976, 279 p. (in Russian)
- [3] Lvovskij E.N. Statisticheskie metody postroeniya empiricheskikh formul [Statistical methods of creation of empirical formulas]. M. Pub. Vysshaya shkola [Higher Education], 1992, ISBN 5-06-001264-6, 224 p. (in Russian)
- [4] Veprikov V.I. Matematicheskoe modelirovanie processov elektrokristallizacii iz vodnogo rastvora elektrolita, pod dejstviem postoyannogo magnitnogo polya. Yubilejnij sbornik nauchnyx trudov YuRGUES [Mathematical modeling of processes of electrocrystallization of water solution of electrolyte, under the influence of a constant magnetic field. Anniversary collection of scientific works of SRSSTU]. Izvestiya vysshix uchebnyx zavedenij [News of higher educational institutions]. Severo-Kavkazskij region [North Caucasus region] Texnicheskie nauki [Technical science] Prilozhenie №6 [Appendix № 6]. 2004, ISSN 0321-2653, p. 153–157 (in Russian)
- [5] Melik-Gajkazayan I.V., Melik-Gajkazyan M.V., Tarasenko V.F. Metodologiya modelirovaniya nelinejnoj dinamiki slozhnyh system [Methodology of modeling of nonlinear dynamics of difficult systems]. M. Pub. Fizmatlit [Phismatlit], 2001, ISBN 5-9221-0087-4, 272 p. (in Russian)
- [6] Chulichkov A.I. Matematicheskie modeli nelinejnoj dinamiki [Mathematical models of nonlinear dynamics]. M. Pub. Fizmatlit [Phismatlit]. 2000, ISBN 5-922100-83-1, 296 p. (in Russian)

Mathematical Model of Radiation Safety Technology when Watering the Soil by Small Differentiated Standards in the NPP Sanitary Protection Zone

V.I. Veprikov*¹, Yu.V. Veprikov², Yu.V. Veprikova***²**

¹ *Volgodonsk Engineering Technical Institute the branch of National Research Nuclear University «MEPhI»,
73/94 Lenin St., Volgodonsk, Rostov region, Russia 347360*

² *Institute of services industry and business branch of "Don State Technical University", 147, Shevchenko St.,
Shakhty, Rostov region 346500*

** e-mail: vv_@list.ru ; ** e-mail: veprikow@mail.ru ; *** e-mail: sw_@list.ru*

Abstract – The innovative technology of watering by the differentiated small standards based on exact control of humidity of the soil and excluding a deep filtration of the polluted water is modelled. The technology allows excludes degradation of the soil, differs in simplicity and profitability. In work dependence between the speed of movement of the front of moistening and reduction of density of the soil taking into account the size of interirrigation intervals was investigated. The given experimental results show basic possibility of improvement of density of the soil by application of technology of watering by the differentiated small standards.

Keywords: mathematical modeling, water filtration, watering with small standards, the soil density, soil degradation.