ГЛОБАЛЬНАЯ ЯДЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ, 2015 №3(16), С. 36–42

УДК 621.311.25:621.039

ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

© 2015 г. Ю.Е. Ульянова, Р.Г. Бабенко, А.В. Чернов

Волгодонский инженерно-технический институт – филиал Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», Волгодонск, Ростовская обл.

В статье представлен сравнительный анализ частотно-временных преобразований, используемых для цифровой обработки сигналов, таких как непрерывное преобразование Фурье, Вейвлет-преобразование и преобразование Гилберта-Хуанга.

Ключевые слова: частотно-временные преобразования, преобразование Фурье, Вейвлет-преобразование и преобразование Гилберта-Хуанга.

Поступила в редакцию 20.05.2015

Любой непрерывный (аналоговый) сигнал может быть представлен в цифровой форме, то есть, подвергнут дискретизации по времени и квантованию по уровню (оцифровке). Исходный сигнал преобразуется в некоторый другой сигнал, имеющий требуемые свойства при помощи математических алгоритмов.

Итак, в данной статье будет представлен сравнительный анализ частотно-временных преобразований, используемых для цифровой обработки сигналов, таких как непрерывное преобразование Фурье, Вейвлет-преобразование и преобразование Гилберта-Хуанга.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ (ПФ)

Интегральное преобразование и ряды Фурье лежат в основе спектрального анализа сигналов.

В пространстве функций, заданных на конечном интервале (0,T), норма, как числовая характеристика произвольной функции s(t), вычисляется как корень квадратный из скалярного произведения функции.

Базис пространства может быть образован любой ортогональной системой функций. Система комплексных экспоненциальных функций получила наибольшее применение в спектральном анализе. Проекции сигнала на данный базис определяются выражением:

$$S_N = (1/T)\int_0^T s(t)\exp(-jn\Delta\omega t)\,dt, \qquad n \in (-\infty,\infty) \tag{1}$$

где $\Delta\omega=2\pi/T$ – частотный аргумент векторов.

При известных выражениях базисных функций сигнал s(t) однозначно определяется совокупностью коэффициентов S_n и по этим коэффициентам может быть абсолютно точно восстановлен (реконструирован):

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_n \cdot exp(jn\Delta\omega t) \tag{2}$$

Уравнения (1) и (2) называют прямым и обратным преобразованием Фурье сигнала s(t). Любая функция гильбертова пространства может быть представлена в виде комплексного ряда Фурье (2), который называют спектром сигнала или его Фурье-образом.

Таким образом, ряд Фурье – это разложение сигнала s(t) по базису пространства ортонормированных гармонических функций с изменением частоты, кратной частоте первой гармоники. Отсюда следует, что ортонормированный базис пространства построен с помощью масштабного преобразования независимой переменной из одной функции.

С позиций анализа произвольных сигналов и функций в частотной области и точного восстановления после преобразований можно отметить ряд недостатков разложения сигналов в ряды Фурье. Основные из них:

– Т.к. в частотной области происходит «размазывание» особенностей сигналов (разрывов, ступенек, пиков и т.п.) по всему частотному диапазону спектра, то это приводит к ограничению информативности анализа нестационарных сигналов и к практически полному отсутствию возможностей анализа их особенностей.

– Гармонические базисные функции разложения не способны отображать перепады сигналов с бесконечной крутизной типа прямоугольных импульсов, т.к. для этого требуется бесконечно большое число членов ряда.

– Преобразование Фурье отображает глобальные сведения о частотах исследуемого сигнала и не дает представления о локальных свойствах сигнала при быстрых временных изменениях его спектрального состава. Так, например, преобразование Фурье не различает стационарный сигнал с суммой двух синусоид от нестационарного сигнала с двумя последовательно следующими синусоидами с теми же частотами, т.к. спектральные коэффициенты вычисляются интегрированием по всему интервалу задания сигнала. Преобразование Фурье не имеет возможности анализировать частотные характеристики сигнала в произвольные моменты времени.

Данные недостатки стимулировали развитие вейвлетного преобразования.

ПРИНЦИП ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Гармонические базисные функции преобразования Фурье предельно локализованы в частотной области и не локализованы во временной (определены во всем временном интервале от $-\infty$ до ∞). Их противоположностью являются импульсные базисные функции типа импульсов Кронекера, которые "размыты" по всему частотному диапазону и предельно локализованы во временной области. Вейвлеты по локализации в этих двух представлениях можно рассматривать как функции, занимающие промежуточное положение между импульсными и гармоническими функциями. Они должны быть локализованными как в частотной, так и во временной области представления. Однако при проектировании таких функций сталкиваются с принципом неопределенности, связывающим эффективные значения длительности функций и ширины их спектра. Чем точнее осуществляется локализация временного положения функции, тем шире становится ее спектр, и наоборот, что наглядно видно на рисунке 1.

Использование семейства функций, реализующих различные варианты соотношения неопределенности, является отличительной особенностью вейвлет-анализа. Соответственно, исследователь имеет возможность гибкого выбора между ними и применения тех вейвлетных функций, наиболее эффективно решающих поставленные задачи.

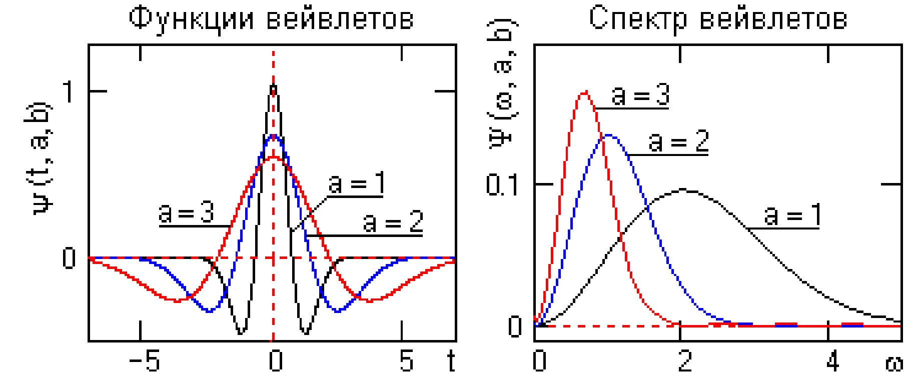

Рис. 1. – Принцип вейвлет-преобразования

Пример вейвлет-преобразования токового сигнала приведен на рисунке 2. Вид поверхности определяет изменения во времени спектральных компонент различного масштаба и называется частотно-временным спектром. Поверхность изображается на рисунках, как правило, в виде изолиний или условными цветами. Для расширения диапазона масштабов может применяться логарифмическая шкала.

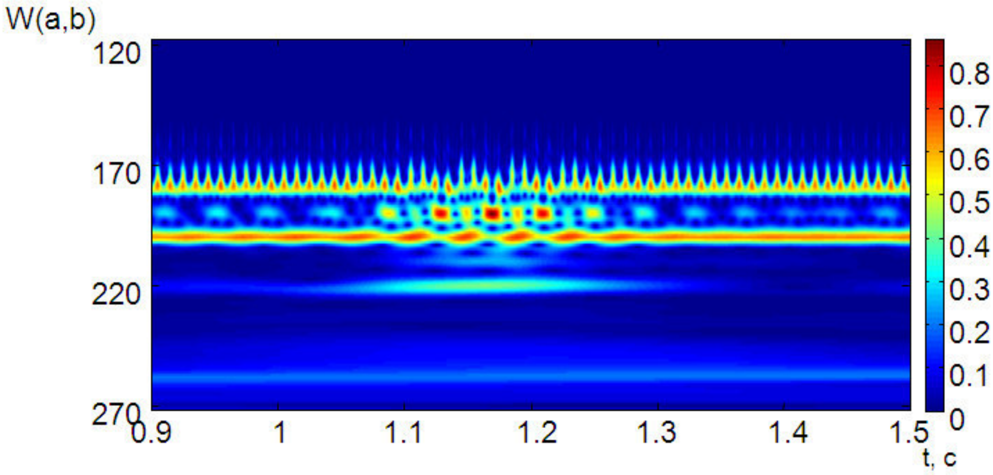

Рис. 2. – Пример вейвлет-преобразования токового сигнала

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГИЛЬБЕРТА–ХУАНГА

Преобразование Гильберта–Хуанга (англ. *HHT*) – это преобразование, представляющее собой разложение сигнала на эмпирические моды, с последующим применением к полученным компонентам разложения преобразования Гильберта и получения целостной информации об амплитудно-частотно-временных параметрах сигнала.

Под преобразованием Гильберта-Хуанга (HHT) понимается метод эмпирической модовой декомпозиции (EMD) нелинейных и нестационарных процессов и Гильбертов спектральный анализ (HSA). Преобразование Гильберта-Хуанга представляет собой частотно-временной анализ данных и не требует априорного функционального базиса преобразования. Мгновенные частоты вычисляются от производных фазовых функций Гильбертовым преобразованием функций базиса.

Метод эмпирической модовой декомпозиции (EMD) предназначен для анализа нестационарных и нелинейных процессов. В отличие от Фурье и вейвлет-анализа EMD является прямым, интуитивным, адаптивным с апостериорно определяемым базисом, зависящим от данных сигнала и построенным по методу декомпозиции.

Декомпозиция основана на предположении, что любые данные состоят из различных простых внутренних модовых колебаний. Каждая внутренняя мода, линейная или нелинейная, представляет простое колебание, содержащее то же количество экстремумов и нулевых пересечений. Более того, колебания симметричны относительно локального среднего значения. В любой момент времени может сосуществовать множество внутренних колебаний, накладываемых друг на друга. Сами данные сигнала представляют собой сумму всех модовых колебаний. Каждое из модовых колебаний представляет собой внутреннюю модовую функцию (IMF), определяемую правилами:

1) количество экстремумов функции (максимумов и минимумов) и количество нулей не должны отличаться более чем на единицу.

2) в любой точке среднее значение огибающей, построенной по минимумам, и огибающей, построенной по локальным максимумам, равно нулю.

Вся основная суть преобразования понятна из следующего примера (рисунок 3).

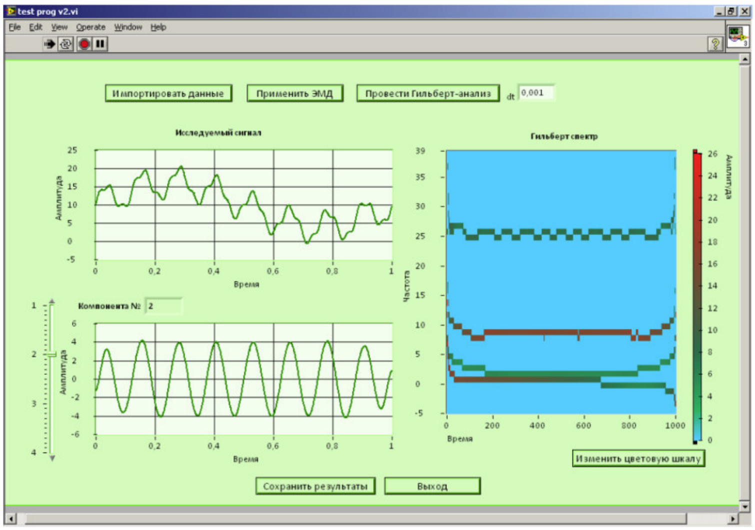

Рис. 3. – Преобразование Гильберта-Хуанга в LabVIEW

Проведем анализ простого полигармонического сигнала (3 гармоники + постоянная составляющая). Результатом декомпозиции (рисунок 4) будут 4 компоненты (просмотреть компонент в программе можно прокручивая ползунок сбоку от графика с компонентой):

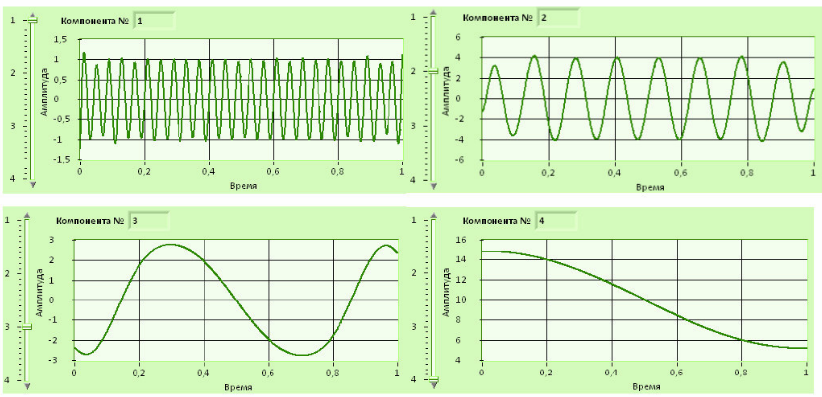

Рис. 4. – Результат декомпозиции

Как видим, с небольшой натяжкой можно признать, что полученные компоненты – собственные модовые функции – соответствуют изначально заданным гармоникам. Для того чтобы получить информацию о фазовой и амплитудной характеристиках каждой из компонент необходимо применть к полученным компонентам преобразование Гильберта. Затем полученные характеристики можно свести в один графический спектр, показанный на первом рисунке. При корректной реализации спектра мы увидим на заданной частоте (ось Y) прямые линии вдоль всей оси времени (X), а цвет будет отображать амплитуду данной частоты в данный момент времени.

Метод хорош тем, что нет привязки ни к каким априорно заданным базисам, подходит для нестационарных процессов и может обрабатывать нелинейные сигналы, не требует никаких априорных данных про сигнал (только частоту его дискретизации – для корректного определения частоты

Проведем сопоставление рассмотренных преобразований, акцентируя внимание на нескольких особенностях.

ИСПОЛЬЗУЕМЫЙ БАЗИС

Применительно к вейвлет-анализу проблема выбора базисной функции является одной из ключевых проблем – правильно подобранный «материнский» вейвлет позволит провести детальное исследование структуры сложного сигнала, выявив нужные детали. Очевидным преимуществом метода эмпирических мод является то обстоятельство, что он не требует настройки параметров и выбора базиса. Это позволяет, с одной стороны, в виде автоматически выполняемой процедуры проще реализовать пакет прикладных программ для проведения расчетов методом эмпирических мод. С другой стороны, применение преобразования Гильберта-Хуанга в меньшей степени зависит от таких субъективных факторов как опыт исследователя, который важен для подходящей настройки параметров вейвлетного преобразования. С точки зрения используемого базиса, метод эмпирических мод является более простым алгоритмом разложения сигнала на независимые ритмические компоненты. Однако одновременно теряется возможность улучшения характеристик метода специальным выбором и настройкой параметров метода, что можно рассматривать уже как недостаток метода.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Еще одним недостатком, присущим как классическому спектральному анализу, основанному на финитном преобразовании Фурье, так и вейвлетному преобразованию, является проблема анализа нелинейных процессов, а именно оценка амплитуды колебаний, для которых характерен сложный спектральный состав. Фактически, преобразование Фурье позволяет вычислять только амплитуды отдельных составляющих (гармоник), тогда как метод аналитического сигнала и преобразование Гильберта-Хуанга (как его модернизированная версия) обеспечивают возможность введения в рассмотрение мгновенной амплитуды колебательного процесса, характеризующей процесс в целом, а не его отдельные составляющие. То есть можно утверждать, что метод эмпирических мод лучше приспособлен для выявления и описания нелинейных процессов. Аналогичные доводы можно привести, проводя сопоставление концепции эмпирических мод и вейвлет-преобразования. Вследствие того, что вейвлеты выступают в роли фильтров, они позволяют изучать временную эволюцию отдельных ритмических составляющих в структуре анализируемого сигнала, и при осуществлении вейвлетного преобразования анализируется узкая частотная область, ассоциирующаяся с размером подвижного частотно-временного окна. Для нелинейных процессов, включающих гармоники, каждая из этих гармоник анализируется путем перемасштабирования материнского вейвлета. Двумерный частотно-временной спектр вейвлетного преобразования содержит информацию о мгновенных амплитудах и частотах отдельных гармоник. Если же необходимо ввести в рассмотрение мгновенную амплитуду исследуемого процесса в целом (по аналогии с методом аналитического сигнала), то вейвлет-анализ является менее пригодным для этой цели. С другой стороны, для широкополосного нестационарного сигнала неочевидна возможность введения единственных мгновенных амплитуд и фаз такого сигнала.

НАЛИЧИЕ ЗАВЕРШЕННОЙ ТЕОРИИ

По этому показателю метод эмпирических мод, безусловно, уступает как классическому спектральному анализу, так и вейвлет-анализу. Если для концепции вейвлетов детально проработанная теория существует на протяжении примерно двадцати лет (фактически, проработка основ концепции вейвлетов была завершена в конце 1980-х годов), то в случае метода эмпирических мод пока не приходится говорить о наличии аналогичной теории. Ключевые положения концепции вейвлетов сформулированы в виде многочисленных теорем, особенности и возможности вейвлетов при решении широкого круга задач неоднократно обсуждались в научной печати (можно, в частности, отметить, что количество ссылок на источники в сети Интернет, посвященных вейвлет-анализу, уже насчитывает несколько миллионов). Преобразование Гильберта-Хуанга, пока еще не приобрело такой популярности, и число его применений для решения практических задач уступает применениям вейвлетов. В значительной степени это связано с тем, что метод эмпирических мод не используется в технике, представляя наибольший интерес для научных исследований. Отметим, что незавершенность теории не свидетельствует о меньших потенциальных возможностях метода. Исторически, построение теории вейвлетов представляет собой весьма обширный интервал времени от выдвижения первых идей до их воплощения в виде проработанного математического инструмента исследований сложных сигналов и систем. Идеи, лежащие в основе метода эмпирических мод, появились значительно позже, и их обобщение в виде завершенной математической теории, вероятно, потребует более длительного времени. Важно отметить, что этот подход базируется на совершенно другой идеологии по сравнению с вейвлетами. Так, например, он использует адаптивные базисы; для него в меньшей степени сказываются проблемы, связанные с существованием принципа неопределенности и т.д. Фактически, метод эмпирических мод выступает в роли нового альтернативного (и также обладающего широкими возможностями) инструмента исследования структуры сложных сигналов. Наличие такого инструмента в дополнение к вейвлет-анализу расширяет возможности частотно-временного исследования нестационарных процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дьяконов, В. и др.* MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник [Текст] / В. Дьяконов, И. Абраменкова. – СПб.: Питер, 2002. – 608 с.
2. *Миронов, Д.С.* Экспериментальное исследование пульсаций давления, генерируемых мелкой открытой каверной, с применением частотно-временных методов обработки данных [Текст] / Д.С. Миронов // Теплофизика и аэромеханика. – 2011. – Т. 18. – №3. – С. 385–395.
3. The Hilbert-Huang Transform and Its Applications / Eds By Norden E. Huang, Samuel S. Shen. Pub. World Scientific Publishing Company, 2005, ISBN 981-256-376-8, 324 p.
4. *Павлов, А.Н. и др.* Частотно-временной анализ нестационарных процессов концепции вейвлетов и эмпирических мод [Текст] / А.Н. Павлов, А.Е. Филатова, А.Е. Храмов // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. – 2011. – Т. 19. – №2. – С. 141–157.

REFERENCES

[1] D'jakonov V., Abramenkova I. MATLAB. Obrabotka signalov i izobrazhenijj. Special'nyjj spravochnik [MATLAB. Processing of signals and images. Special reference book]. Sankt-Peterburg. Pub. “Peter”, 2002, ISBN 5-318-00667-1, 608 p. (in Russian)

[2] Mironov D.S. Ehksperimentalnoe issledovanie pulsacij davlenija, generiruemykh melkojj otkrytojj kavernojj, s primeneniem chastotno-vremennykh metodov obrabotki dannykh [Pilot study of the pulsations of pressure generated by a small open cavity with application of time-and-frequency methods of data processing]. Teplopfizika i aehromekhanika [Thermophysics and aeromechanics], 2011, Vol. 18, №3, ISSN 0869-8635, p. 385–395. (in Russian)

[3] The Hilbert-Huang Transform and Its Applications / Eds By Norden E. Huang, Samuel S. Shen. Pub. World Scientific Publishing Company, 2005, ISBN 981-256-376-8, 324 p. (in English)

[4] Pavlov A.N., Filatova A.E., Khramov A.E. Chastotno-vremennojj analiz nestacionarnykh processov koncepcii vejjvletov i ehmpiricheskikh mod [Time-and-frequency analysis of non-stationary processes of the concept of wavelet and empirical models]. Izvestija vuzov. Prikladnaja nelinejjnaja dinamika [News of higher education institutions. Applied nonlinear dynamics], 2011, Vol. 19, №2, ISSN 0869-6632, p. 141–157. (in Russian)

The Time-And-Frequency Transformations Used in Digital Processing of Signals

Ju.E. Uljanova, R.G. Babenko, A.V. Chernov

Volgodonsk Engineering Technical Institute the branch of National Research Nuclear University «MEPhI»,
73/94 Lenin St., Volgodonsk, Rostov region, Russia 347360
e-mail: nii-energomash@mephi.ru

Abstract – The comparative analysis of the time-and-frequency transformations used for digital processing of signals such as continuous Fourier transformation, Wavelet transformation and Gilbert - Huang transformation is presented in article.

Keywords: time-and-frequency transformations, Fourier transformation, Wavelet transformation and Gilbert-Huang transformation.