

**ИЗЫСКАНИЕ, ПРОЕКТИРОВАНИЕ,  
СТРОИТЕЛЬСТВО И МОНТАЖ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ  
ОБЪЕКТОВ АТОМНОЙ ОТРАСЛИ**

УДК 621.039.51

**ОБОСНОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛООБМЕНА  
ДЛЯ РЕАКТОРА С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ**

© 2015 В.К. Семенов, М.А. Вольман

*Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина,  
Иваново, Ивановская обл., Россия*

Предложена математическая модель, позволяющая показать правомерность применения для обработки результатов экспериментов по определению нейтронно-физических характеристик реактора ВВЭР-1000 уравнений тепломассопереноса для «точечного» реактора. Проведены численные эксперименты по ее обоснованию.

*Ключевые слова:* АЭС, ВВЭР, нейтронно-физические характеристики, точечный реактор, математическая модель, теплообмен в реакторе.

Поступила в редакцию 20.10.2015 г.

Безопасный пуск и последующая эксплуатация ядерного реактора возможны только при знании его нейтронно-физических характеристик с точностью, удовлетворяющей требованиям правил ядерной безопасности и теплотехнической надежности активной зоны. В соответствии с существующими руководящими документами [1, 2] обработка результатов экспериментов по определению нейтронно-физических характеристик горячего реактора (в частности, коэффициентов реактивности) основывается на решении уравнений кинетики «точечного» реактора.

Изменение реактивности в окрестности малых изменений параметров реакторной установки, влияющих на реактивность, для данной глубины выгорания топлива с точностью до членов первого порядка определяется соотношением [1]:

$$\Delta\rho = (\partial\rho/\partial T_u) \Delta T_u + (\partial\rho/\partial T_v) \Delta T_v + (\partial\rho/\partial P) \Delta P_1 + (\partial\rho/\partial C) \Delta C_{\text{бк}} + \Delta\rho_{\text{СУЗ}} + \Delta\rho_{\text{Xe}} + \Delta\rho_{\text{Sm}}. \quad (1)$$

Здесь  $\Delta T_u$ ,  $\Delta T_v$ ,  $\Delta P_1$  и  $\Delta C_{\text{бк}}$  – соответственно изменения температуры топлива, температуры теплоносителя в реакторе, давления в первом контуре и концентрации борной кислоты в реакторе;  $\Delta\rho_{\text{СУЗ}} = \int_{H_0}^H \frac{\partial\rho}{\partial H} dH$  – эффект реактивности, вносимый органами регулирования при их перемещении из положения  $H_0$  в положение  $H$ ;  $\Delta\rho_{\text{Xe}}$  и  $\Delta\rho_{\text{Sm}}$  – эффекты реактивности, обусловленные изменением концентрации ядер Xe-135 и Sm-149 в активной зоне соответственно.

Таким образом, реактивность реактора в быстрых переходных процессах зависит от температуры топлива и теплоносителя. Эти температуры в свою очередь определяются на основе решения уравнений тепломассопереноса, также записанных для «точечного» реактора [1]:

$$m_u c_u \frac{dT_u}{dt} = N_T - \alpha F(T_u - T_B) \quad (2)$$

$$m_B c_B \frac{dT_B}{dt} = \alpha F(T_u - T_B) - \gamma_B C_B G(T_{\text{ВЫХ}} - T_{\text{ВХ}}) \quad (3)$$

где  $m_u$  и  $c_u$  – соответственно масса топлива (по  $\text{UO}_2$ ) и его удельная теплоемкость;  
 $T_u$  – средняя по активной зоне температура топлива;  
 $t$  – время;  
 $N_T$  – нейтронная мощность реактора;  
 $\alpha$  – эффективный коэффициент теплопередачи от топлива к теплоносителю;  
 $F$  – эффективная поверхность теплообмена в активной зоне;  
 $T_B$  – средняя по активной зоне температура теплоносителя;  
 $m_B$  и  $C_B$  – соответственно масса и удельная теплоемкость теплоносителя в активной зоне;  
 $\gamma_B$  – плотность теплоносителя на входе в активную зону;  
 $G$  – объемный расход теплоносителя через реактор;  
 $\Delta T = T_{\text{ВЫХ}} - T_{\text{ВХ}}$  – подогрев теплоносителя в реакторе.

$T_{\text{ВЫХ}}$  и  $T_{\text{ВХ}}$  температуры теплоносителя на выходе и входе в активную зону, усредненные поперек каналов теплоносителя. Однако, чтобы воспользоваться указанными уравнениями, нужно установить связь между  $T_B$ , которая усреднена по высоте и ширине каналов теплоносителя, и  $T_{\text{ВЫХ}}$  и  $T_{\text{ВХ}}$ , усредненных только поперек каналов теплоносителя.

Правомерность применения уравнений точечной кинетики обоснована в ряде теоретических работ [3]. Правомерность применения уравнений (2)–(3) в руководящих документах рассматривается на уровне интуитивного подхода и связь между вышеназванными температурами определяется декларативно, исходя из предположения о линейном законе распределения средней поперек канала температуры по высоте активной зоны.

Для установления связи между вышеназванными температурами нами предлагается следующая математическая модель. Теплоноситель течет по каналам, образованным зазорами между ТВЭЛами. Детальный расчет теплообмена в реальном реакторе представляет собой сложную задачу, но для решения данного вопроса воспользуемся упрощенной моделью, представив активную зону в виде цилиндрического канала, по которому движется теплоноситель, а источником теплоты является тепловыделяющий стержень радиуса  $R_{\text{СТ}}$ , расположенный по оси канала (рис. 1). Далее рассмотрим режим стационарного течения, полагая, что пространственное распределение объемного энерговыделения в стержне и температурное поле теплоносителя с течением времени не изменяются. Несмотря на грубость принятой модели в ней сохраняются главные черты рассматриваемого нами процесса.

В соответствии со сказанным, температурное поле может быть рассчитано на основе решения сопряженной задачи теплообмена между каналом и стержнем:

$$c_p \gamma_B \left( u \frac{\partial T}{\partial z} + v \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \lambda_1 \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) = 0 \quad (5)$$

$$\lambda_2 \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \theta) \right) + q = 0, \quad (6)$$

- где  $c_p$  – удельная изобарная теплоемкость теплоносителя в активной зоне;  
 $\gamma_v$  – плотность теплоносителя;  
 $u, v$  – скорости теплоносителя соответственно вдоль и поперек канала теплоносителя;  
 $T$  – температура теплоносителя;  
 $\lambda_1, \lambda_2$  – соответственно коэффициенты теплопроводности теплоносителя и стержня;  
 $\theta$  – температура стержня;  
 $q$  – объемное энерговыведение.

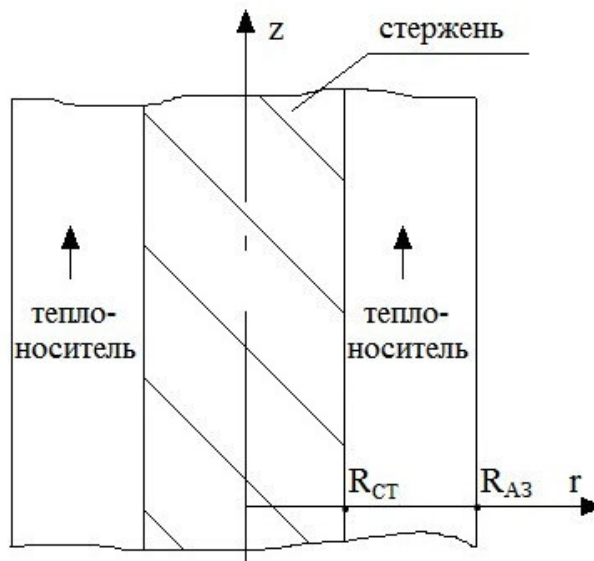


Рис. 1. – Модель активной зоны

Здесь первое уравнение – уравнение теплопроводности в жидкости, второе – уравнение непрерывности для усредненного по пульсациям турбулентного движения жидкости, а третье – уравнение теплопроводности в тепловыделяющем стержне. Объемное энерговыведение  $q(z,r)$  определяется из решения соответствующей задачи распределения нейтронного потока [4]:

$$q(z,r) = C\varphi(r) \sin(\pi z / H), \quad (7)$$

- где  $C$  – постоянная;  
 $\varphi(r) = I_0(2,405r / R_3)$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка ( $R_3$  – экстраполированный радиус стержня);  
 $H$  – экстраполированная высота активной зоны.

Постоянная  $C$  определяется нейтронной мощностью реактора  $N$ :

$$\int_R^{R_{АЗ}} \varphi(r) 2\pi r dr \int_0^H \sin \frac{\pi z}{H} dz = N \quad (8)$$

Поскольку по переменной  $r$  проводится интегрирование, то для решения нашей задачи конкретный вид распределения по  $r$  несущественен.

Граничные условия имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \text{при } r = R_{\text{ст}}: \quad & \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial r} = \lambda_2 \frac{\partial \theta}{\partial r}, \\ \text{при } z = 0: \quad & T(0, r) = T_0(r), \quad (\lambda_2 \frac{\partial \theta}{\partial z})_{z=0} = (\lambda_2 \frac{\partial \theta}{\partial z})_{z=H} = 0, \\ \text{при } r = R_{\text{АЗ}}: \quad & \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial r} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Расчет температурных полей проведем известным методом интегральных соотношений [5]. Для этого умножим уравнение (5) на  $c_p \gamma_B$  и сложим его с уравнением (4):

$$c_p \gamma_B \left[ \frac{\partial}{\partial z} (uT) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rvT) \right] = \lambda_1 \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT) \right) \quad (10)$$

Далее проинтегрируем уравнения (10) поперек канала теплоносителя:

$$c_p \gamma_B \left[ \frac{\partial}{\partial z} \int_{R_{\text{ст}}}^{R_{\text{АЗ}}} uT 2\pi r dr + \int_{R_{\text{ст}}}^{R_{\text{АЗ}}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rvT) 2\pi r dr \right] = \lambda_1 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_{R_{\text{ст}}}^{R_{\text{АЗ}}} T 2\pi r dr + \lambda_1 \int_{R_{\text{ст}}}^{R_{\text{АЗ}}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT) 2\pi r dr$$

Первый интеграл в полученном выражении определяет среднемассовую

$$\begin{aligned} \text{температуру } \langle T \rangle &= \frac{\int_{R_{\text{ст}}}^{R_{\text{АЗ}}} uT 2\pi r dr}{\int_{R_{\text{ст}}}^{R_{\text{АЗ}}} u 2\pi r dr} : \\ & \int_{R_{\text{ст}}}^{R_{\text{АЗ}}} uT 2\pi r dr = \langle T \rangle \langle u \rangle, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\langle u \rangle = G = \int_{R_{\text{ст}}}^{R_{\text{АЗ}}} u 2\pi r dr$  – объемный расход теплоносителя.

При турбулентном течении профиль усредненной по пульсациям скорости внутри потока практически не зависит от координаты  $r$ , спадая до нуля лишь в узком пристеночном слое, поэтому средняя по ширине канала температура будет равна среднемассовой.

В силу граничных условий ( $v = 0$  при  $r = R_{\text{ст}}$  и  $r = R_{\text{АЗ}}$ ) второй интеграл равен нулю.

Из следующих оценок видно, что конвективный вынос теплоты превалирует над теплопроводностью вдоль канала:

$$\frac{\lambda_1 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}}{c_p \gamma_B u \frac{\partial T}{\partial z}} \sim \frac{\lambda_1 T H}{c_p \gamma_B H^2 u T} \sim \frac{\lambda_1}{c_p \gamma_B H u} \ll 1$$

и в виду узости канала:

$$\frac{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}}{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rT) \frac{\partial}{\partial r}} \sim \frac{R^2}{H^2} \ll 1.$$

С учетом соответствующих оценок, получим:

$$c_p \gamma_B G \frac{\partial}{\partial z} \langle T \rangle = \lambda_1 2\pi R_{ст} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_{ст}} = 2\pi R_{ст} \cdot j \quad (12)$$

где  $j = -\frac{\partial T}{\partial r} \lambda_1$  – плотность теплового потока из стенок в теплоноситель.

Проинтегрируем уравнение (12) по z:

$$\langle T_{вых} \rangle = \langle T_{вх} \rangle + \frac{2\pi R_{ст}}{c_p \gamma_B G} \int_0^H j(z) dz \quad (13)$$

Обратимся теперь к уравнению (6). Так как выделенная в стержне теплота отводится через боковую поверхность, то выполняется соответствующее неравенство:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \ll \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right)$$

и после интегрирования поперек стержня, получим:

$$\lambda_2 \int_0^{R_{ст}} 2\pi r \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) dr + \int_0^{R_{ст}} q 2\pi r dr = 0$$

Отсюда:

$$- 2\pi R_{ст} j + 2\pi \int_0^{R_{ст}} q(r, z) r dr = 0$$

и

$$j(z) = \frac{C}{R} \int_0^{R_{ст}} \varphi(r) r dr \sin(\pi z / H) \quad (14)$$

Поскольку явный вид зависимости  $\varphi(r)$  для нашей задачи не существует, то введем обозначение:

$$C \int_0^{R_{ст}} \varphi(r) r dr = K \quad (15)$$

Таким образом, зависимость теплового потока от z можно представить в виде:

$$j(z) = \frac{K}{R_{ст}} \sin(\pi z / H) \quad (16)$$

Интегрируя уравнение (13) с учетом (16), получим:

$$\langle T(z) \rangle = \langle T_{вх} \rangle + K_1 \left( 1 - \cos \frac{\pi z}{H} \right) \quad (17)$$

где  $K_1 = \frac{KH}{c_p \gamma_e G}$  – новая постоянная.

Отсюда получим для средней по сечению реактора температуры на выходе из него:

$$\langle T(H) \rangle = \langle T_{\text{вх}} \rangle + 2K_1 \quad (18)$$

Теперь найдем температуру, усредненную по всей активной зоне:

$$\bar{T} = \frac{1}{H} \int_0^H T(z) dz \quad (19)$$

Подставляя сюда (17), получим:

$$\bar{T} = \langle T_{\text{вх}} \rangle + K_1 \quad (20)$$

С учетом выражения (18) окончательно имеем:

$$\bar{T} = \frac{\langle T_{\text{вх}} \rangle + \langle T_{\text{вых}} \rangle}{2} \quad (21)$$

Полученный результат говорит о том, что закон зависимости средней по сечению канала температуры движущегося теплоносителя от вертикальной координаты определяется законом зависимости объемного тепловыделения в нагревателе от указанной координаты. Причина этого заключается в том, что все тепло из стержня отводится через боковую поверхность и в теплоносителе преобладает конвективный вынос теплоты по сравнению с теплопроводностью вдоль канала. Так как характер зависимости  $q(z)$  симметричен относительно середины активной зоны, то средняя температура теплоносителя представляется формулой (21).

В реальных реакторах это распределение несимметрично и поэтому при решении исходной системы уравнений (2)–(3) равенство (21) выполняться не будет, что может внести некоторую погрешность в результаты обработки экспериментальных данных по определению коэффициентов реактивности.

Однако, численные эксперименты, проведенные нами с различными смещенными распределениями, показывают, что отличие полученной средней температуры от температуры, полученной по предыдущей формуле, составляет порядка 2–3%.

В качестве примера приведем результаты расчета средней температуры по активной зоне в случае несимметричного распределения плотности теплового потока по высоте зоны, представленного на рисунке 2. На его основании получена зависимость средней по сечению канала температуры теплоносителя от высоты активной зоны. Она приведена на рисунке 3 (в расчете приняты  $\langle T_{\text{вх}} \rangle = 289$  °С,  $\langle T_{\text{вых}} \rangle = 322$  °С, высота активной зоны  $H = 350$  см).

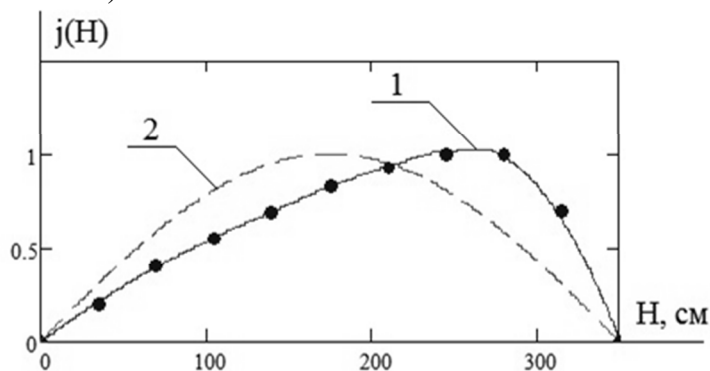


Рис. 2. – Распределение плотности теплового потока по высоте зоны:  
1 – несимметричное; 2 – симметричное

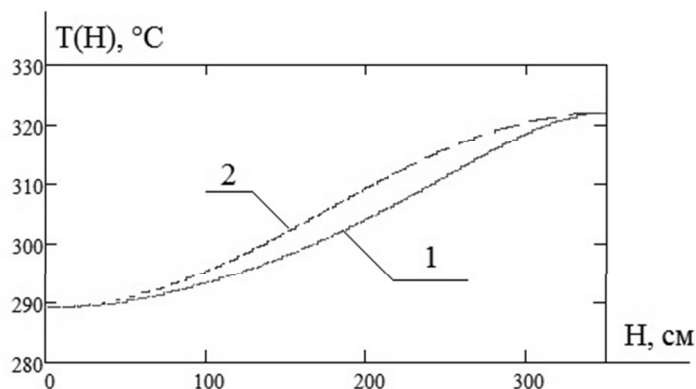


Рис. 3. – Распределение средней по сечению температуры теплоносителя по высоте зоны:  
1 – несимметричное; 2 – симметричное

В общем случае для средней температуры зоны имеем:

$$\bar{T} = \frac{\langle T_{\text{ВХ}} \rangle + \langle T_{\text{ВЫХ}} \rangle}{m}, \quad (22)$$

где  $m$  – коэффициент, характеризующий форму распределения средней по сечению температуры теплоносителя по высоте зоны.

Для рассмотренного примера коэффициент  $m = 2,02$ , и, как видно из рисунка 3, нелинейность распределения температуры по высоте зоны в обоих случаях невелика, а для определения средней по активной зоне температуры может быть использовано выражение (21).

Таким образом, предложенная математическая модель позволяет обосновать применение уравнений теплообмена для «точечного» реактора и используемое приближение для средней температуры теплоносителя по активной зоне.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. РД ЭО 0151-2004. Методики расчета нейтронно-физических характеристик по данным физических экспериментов на энергоблоках атомных электростанций с реакторами ВВЭР-1000 [Текст]. – М.: Росэнергоатом, 2005. – 101 с.
2. РД ЭО 0150-2004. Типовые программы и методики проведения физических экспериментов на энергоблоках атомных электростанций с реакторами ВВЭР-1000 [Текст]. – М.: Росэнергоатом, 2005. – 273 с.
3. Белл, Д. и др. Теория ядерных реакторов [Текст] / Д. Белл, С. Глесстон. – М.: Мир, 2001. – 301 с.
4. Семенов, В.К. Кинетика и регулирование ядерных реакторов: учеб. пособие [Текст] / В.К. Семенов. – Иваново, 2008. – 145 с.
5. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя [Текст] / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 711 с.

#### REFERENCES

- [1] RD EO 0151-2004. Metodiki rascheta neytronno-fizicheskikh kharakteristik po dannym fizicheskikh eksperimentov na energoblokakh atomnykh elektrostantsiy s reaktorami VVER-1000 [Calculation methods of neutron-physical characteristics according to physical experiments on nuclear power units with WVER-1000], M. Pub. Rosenergoatom, 2005, 101 p. (in Russian)
- [2] RD EO 0150-2004. Tipovye programmy i metodiki provedeniya fizicheskikh eksperimentov na energoblokakh atomnykh elektrostantsiy s reaktorami VVER-1000 [Typical programs and methods of physical experiments on nuclear power units with WVER-1000], M. Pub. Rosenergoatom, 2005, 273 p. (in Russian)
- [3] Bell D., Glesston S. Teoriya yadernykh reaktorov [The theory of nuclear reactors], M. Pub. Mir, 2001, 301 p. (in Russian)

- [4] Semenov V.K. Kinetika yadernykh reaktorov [Kinetics of nuclear reactors], Ivanovo., 2008, 145 p. (in Russian)
- [5] Shlikhting G. Teoriya pogramichnogo sloya [Boundary layer theory]. M. Pub. Nauka [Science], 1974, 711 p. (in Russian)

## **Argumentation of Heat-exchange Mathematical Model for Reactor with Concentrated Parameters**

**V.K. Semenov , M.A. Volman**

*Ivanovo State Power Engineering University,  
34, Rabfakovskaya St., Ivanovo, Ivanovskaya region, Russia 153003  
e-mail: maria\_volman@mail.ru*

**Abstract** – A mathematical model was proposed. It allows showing the application of heat and mass transfer equations for a point reactor to process the results of neutron-physical experiments in WWER-1000 reactor. Numerical experiments on model argumentation were carried out.

*Keywords:* NPP, WWER, neutron-physical characteristics, point reactor, mathematical model, heat exchange in reactor.